**Лабораторная работа №11**

**Отчёт студента 4 группы Хусаинова Рената**

**Тема: Численное интегрирование**

**Вариант 40**

**Постановка задачи:**

1) Найти приближенное значение интеграла по формулам левых и правых прямоугольников с точностью .   
2) Найти приближенное значение интеграла по формуле средних прямоугольников с точностью .   
3) Найти приближенное значение интеграла по формуле трапеции с точностью .  
4) Найти приближенное значение интеграла по формуле Симпсона с точностью .  
5) Сравнить полученные результаты.

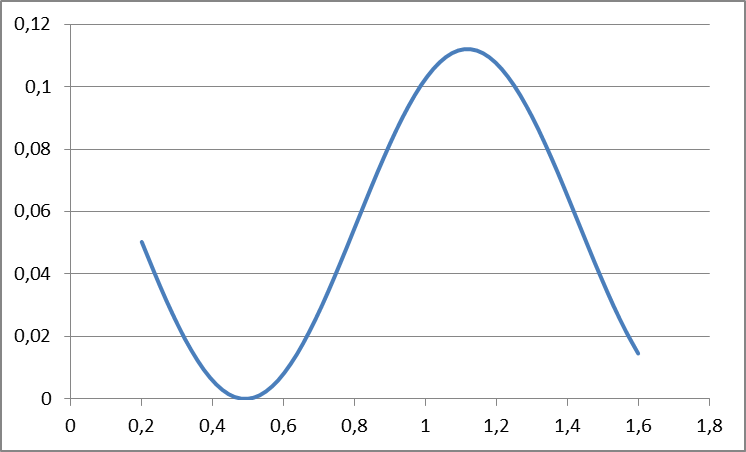
**Решение задачи:**

**а)** Дан интеграл .

Отрезок разобьем на частей и найдем значения .

|  |  |
| --- | --- |
| a | 0,2 |
| b | 1,6 |
| n | 40 |
| h | 0,035 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
| 0,2 | 0,050287492 | 0,045390393 | -0,277364004 | 0,401829009 | -15,8952343 |
| 0,235 | 0,040579752 | 0,035892409 | -0,263299989 | 0,631731418 | -21,16184331 |
| 0,27 | 0,031364252 | 0,027029937 | -0,241189389 | 0,842162166 | -25,77591166 |
| 0,305 | 0,022922623 | 0,01907372 | -0,211713713 | 1,026669655 | -29,59569224 |
| 0,34 | 0,015512643 | 0,012266591 | -0,175780275 | 1,179601653 | -32,50398844 |
| 0,375 | 0,009360334 | 0,006816026 | -0,134494218 | 1,296278927 | -34,41175996 |
| 0,41 | 0,004653036 | 0,002887797 | -0,089124455 | 1,373138816 | -35,26085605 |
| 0,445 | 0,00153368 | 0,000600898 | -0,041064597 | 1,407844299 | -35,02579212 |
| 0,48 | 9,64194E-05 | 2,39234E-05 | 0,008209954 | 1,399355233 | -33,71451525 |
| 0,515 | 0,000383768 | 0,001172989 | 0,057187387 | 1,347959572 | -31,36813564 |
| 0,55 | 0,002385326 | 0,00401127 | 0,104365972 | 1,255263629 | -28,05963305 |
| 0,585 | 0,006038135 | 0,008450164 | 0,148300199 | 1,124141721 | -23,89157916 |
| 0,62 | 0,011228642 | 0,01435205 | 0,187645159 | 0,958646762 | -18,99294716 |
|  |  |  |  |  |  |
| 0,655 | 0,017796223 | 0,021534544 | 0,221197796 | 0,763884618 | -13,51510817 |
| 0,69 | 0,025538146 | 0,029776134 | 0,247933758 | 0,545856114 | -7,627139207 |
| 0,725 | 0,034215827 | 0,038823007 | 0,267038722 | 0,311271603 | -1,510588642 |
| 0,76 | 0,043562183 | 0,048396865 | 0,277933228 | 0,067343846 | 4,64613831 |
| 0,795 | 0,053289846 | 0,058203486 | 0,280290262 | -0,178434382 | 10,65359984 |
| 0,83 | 0,063100005 | 0,067941768 | 0,274045059 | -0,41852109 | 16,32716317 |
| 0,865 | 0,072691582 | 0,077312972 | 0,259396821 | -0,645557139 | 21,49269476 |
| 0,9 | 0,08177047 | 0,086029883 | 0,236802321 | -0,852592413 | 25,99191897 |
| 0,935 | 0,090058552 | 0,093825609 | 0,206961587 | -1,033299135 | 29,68728015 |
| 0,97 | 0,097302207 | 0,100461746 | 0,170796117 | -1,182165757 | 32,46615813 |
| 1,005 | 0,103280071 | 0,105735659 | 0,129420315 | -1,294665461 | 34,24430777 |
| 1,04 | 0,107809782 | 0,10948665 | 0,084107024 | -1,367394121 | 34,96841731 |
| 1,075 | 0,110753528 | 0,111600836 | 0,03624823 | -1,398173504 | 34,61770759 |
| 1,11 | 0,112022216 | 0,112014583 | -0,012687843 | -1,386116576 | 33,20452439 |
| 1,145 | 0,111578142 | 0,110716388 | -0,061201923 | -1,331652956 | 30,77390694 |
| 1,18 | 0,109436074 | 0,107747161 | -0,107809776 | -1,236513794 | 27,40214781 |
| 1,215 | 0,105662732 | 0,103198897 | -0,151087759 | -1,103676596 | 23,19439035 |
| 1,25 | 0,100374661 | 0,097211779 | -0,18971644 | -0,937271766 | 18,28133954 |
| 1,285 | 0,093734585 | 0,089969807 | -0,222520952 | -0,742453809 | 12,81518972 |
| 1,32 | 0,085946352 | 0,081695091 | -0,248506835 | -0,52524121 | 6,964896243 |
| 1,355 | 0,077248613 | 0,072640978 | -0,266890278 | -0,292330004 | 0,910938617 |
| 1,39 | 0,067907453 | 0,063084238 | -0,277121828 | -0,050886801 | -5,160262201 |
| 1,425 | 0,058208189 | 0,053316535 | -0,278902866 | 0,191672303 | -11,06209907 |
| 1,46 | 0,048446589 | 0,043635464 | -0,272194335 | 0,427910085 | -16,61352844 |
| 1,495 | 0,038919787 | 0,034335418 | -0,257217482 | 0,650596796 | -21,64463689 |
| 1,53 | 0,029917175 | 0,025698569 | -0,234446594 | 0,852931935 | -26,00185305 |
| 1,565 | 0,021711544 | 0,01798624 | -0,204593977 | 1,028752394 | -29,55264452 |
| 1,6 | 0,014550755 | 0,011430938 | -0,168587643 | 1,172720582 | -32,189556 |



**Текст программы:**

static int n = 50;

static double[]

y = new double[n],

y1 = new double[n],

y2 = new double[n],

y3 = new double[n],

y4 = new double[n];

static double x = 0.2, delta = 0.035;

static void Y()

{

for (int i = 0; i < n; i++)

{

y[i] = Math.Pow(Math.Cos(2.8 - 2.5 \* x), 2) / (2.5 + Math.Sqrt(x \* x + 40));

x = Math.Round(x + delta, 5);

}

x = 0.2;

}

static void Y1()

{

for (int i = 0; i < n - 1; i++)

{

y1[i] = (y[i + 1] - y[i]) / delta;

x = Math.Round(x + delta, 5);

}

x = 0.2;

}

static void Y2()

{

for (int i = 0; i < n - 2; i++)

{

y2[i] = (y1[i + 1] - y1[i]) / delta;

x = Math.Round(x + delta, 5);

}

x = 0.2;

}

static void Y3()

{

for (int i = 0; i < n - 3; i++)

{

y3[i] = (y2[i + 1] - y2[i]) / delta;

x = Math.Round(x + delta, 5);

}

x = 0.2;

}

static void Y4()

{

for (int i = 0; i < n - 4; i++)

{

y4[i] = (y3[i + 1] - y3[i]) / delta;

x = Math.Round(x + delta, 5);

}

x = 0.2;

}

static void Main(string[] args)

{

Y(); Y1(); Y2(); Y3(); Y4();

double

max\_left = double.NegativeInfinity,

max\_right = double.NegativeInfinity,

max\_y2 = double.NegativeInfinity,

max\_y4 = double.NegativeInfinity;

for (int i = 0; i < n; i++)

{

if (max\_left < Math.Abs(y1[i]) && i < 40)

max\_left = Math.Round(Math.Abs(y1[i]), 9);

if (max\_right < Math.Abs(y1[i]) && i > 0 && i < 41)

max\_right = Math.Round(Math.Abs(y1[i]), 9);

if (max\_y2 < Math.Abs(y2[i]) && i < 41)

max\_y2 = Math.Round(Math.Abs(y2[i]), 9);

if (max\_y4 < Math.Abs(y4[i]) && i < 41)

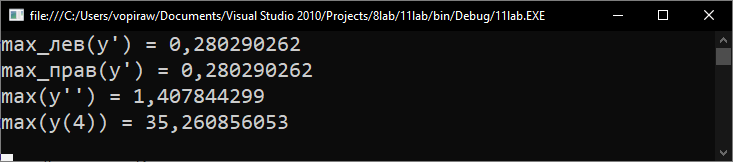
max\_y4 = Math.Round(Math.Abs(y4[i]), 9);

}

Console.WriteLine("max\_лев(y') = {0}\nmax\_прав(y') = {1}\nmax(y'') = {2}\nmax(y(4)) = {3}", max\_left, max\_right, max\_y2, max\_y4);

}

**Протокол работы программы:**



Как видно, результаты вычислений одинаковы.

**1)** Вычислим значение интеграла и его погрешность **методом левых прямоугольников** используя выражения:

Тогда получим .

Так как , то число верных знаков равно 2. Следовательно,

Таким образом оставшиеся цифры в записи числа верные.

Ответ: .

Вычислим значение интеграла и его погрешность **методом правых прямоугольников**:

Тогда получим .

Так как , то число верных знаков равно 2. Следовательно,

Таким образом оставшиеся цифры в записи числа верные.

Ответ: .

2) **Методом средних прямоугольников** вычислим значение интеграла и его погрешность:

Тогда имеем . Так как   
, то число верных знаков n = 4. Следовательно,   
.

Ответ: .

3) Используя **формулу трапеции** и соответствующую ей оценку погрешности:

получим .

Так как

Ответ:.

**4)** Используя **формулу Симпсона** и соответствующую ей оценку погрешности:

получим .

Так как

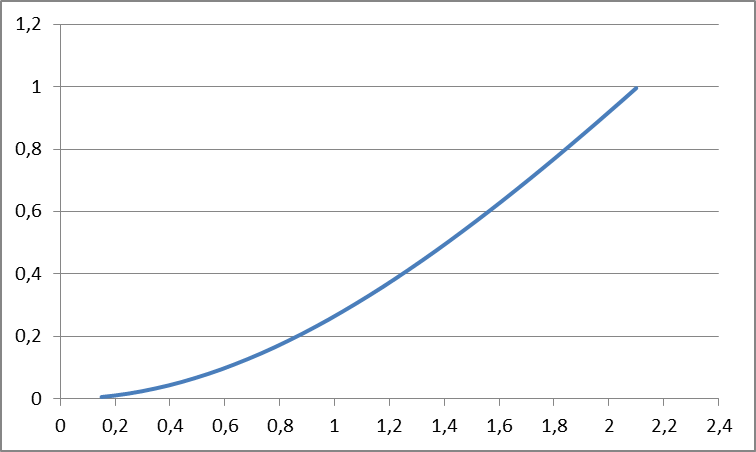
Ответ:.

**b)** Дан интеграл .

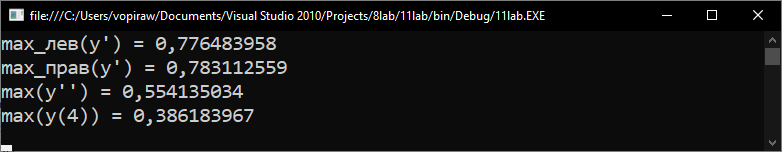
Отрезок разобьем на частей и найдем значения .

|  |  |
| --- | --- |
| a | 0,15 |
| b | 2,1 |
| n | 40 |
| h | 0,04875 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
| 0,15 | 0,006318901 | 0,008535197 | 0,097702215 | 0,554135034 | -0,386183967 |
| 0,19875 | 0,011081884 | 0,01395784 | 0,124716298 | 0,549655601 | -0,371588867 |
| 0,2475 | 0,017161803 | 0,020692373 | 0,151512008 | 0,544258377 | -0,354852048 |
| 0,29625 | 0,024548014 | 0,028727053 | 0,178044604 | 0,537978049 | -0,336189042 |
| 0,345 | 0,033227688 | 0,03804799 | 0,204271034 | 0,530854394 | -0,315834597 |
| 0,39375 | 0,043185901 | 0,048639244 | 0,230150186 | 0,522931763 | -0,294037837 |
| 0,4425 | 0,054405723 | 0,060482924 | 0,255643109 | 0,514258533 | -0,271057312 |
| 0,49125 | 0,066868324 | 0,073559292 | 0,280713213 | 0,504886502 | -0,247156083 |
| 0,54 | 0,080553093 | 0,087846892 | 0,30532643 | 0,494870288 | -0,222596967 |
| 0,58875 | 0,095437757 | 0,103322666 | 0,329451356 | 0,484266691 | -0,197638067 |
| 0,6375 | 0,11149851 | 0,119962097 | 0,353059358 | 0,473134079 | -0,172528682 |
| 0,68625 | 0,128710154 | 0,137739337 | 0,376124644 | 0,461531767 | -0,147505686 |
| 0,735 | 0,14704623 | 0,156627354 | 0,398624318 | 0,449519431 | -0,122790426 |
| 0,78375 | 0,166479166 | 0,176598069 | 0,42053839 | 0,437156538 | -0,098586186 |
| 0,8325 | 0,186980412 | 0,197622499 | 0,441849771 | 0,424501825 | -0,075076224 |
| 0,88125 | 0,208520589 | 0,219670901 | 0,462544235 | 0,411612817 | -0,052422393 |
| 0,93 | 0,23106962 | 0,242712902 | 0,48261036 | 0,398545385 | -0,03076431 |
| 0,97875 | 0,254596875 | 0,266717645 | 0,502039447 | 0,385353368 | -0,010219049 |
| 1,0275 | 0,279071298 | 0,291653909 | 0,520825424 | 0,372088238 | 0,009118683 |
| 1,07625 | 0,304461538 | 0,31749024 | 0,538964726 | 0,358798822 | 0,027175965 |
| 1,125 | 0,330736068 | 0,344195072 | 0,556456168 | 0,345531076 | 0,043900708 |
| 1,17375 | 0,357863306 | 0,371736832 | 0,573300808 | 0,332327916 | 0,059260412 |
| 1,2225 | 0,385811721 | 0,400084055 | 0,589501794 | 0,319229089 | 0,073240691 |
| 1,27125 | 0,414549933 | 0,429205473 | 0,605064212 | 0,306271098 | 0,085843626 |
| 1,32 | 0,444046814 | 0,459070115 | 0,619994928 | 0,293487168 | 0,097086007 |
| 1,36875 | 0,474271566 | 0,489647382 | 0,634302428 | 0,280907251 | 0,106997522 |
| 1,4175 | 0,50519381 | 0,520907127 | 0,647996656 | 0,268558065 | 0,115618923 |
| 1,46625 | 0,536783647 | 0,552819718 | 0,661088862 | 0,256463165 | 0,123000241 |
| 1,515 | 0,569011729 | 0,585356104 | 0,673591441 | 0,24464304 | 0,129199049 |
|  |  |  |  |  |  |
| 1,56375 | 0,601849311 | 0,61848786 | 0,685517789 | 0,233115234 | 0,134278826 |
| 1,6125 | 0,635268304 | 0,652187239 | 0,696882157 | 0,221894477 | 0,138307432 |
| 1,66125 | 0,669241309 | 0,686427204 | 0,707699513 | 0,210992842 | 0,141355714 |
| 1,71 | 0,70374166 | 0,721181464 | 0,717985414 | 0,200419903 | 0,143496242 |
| 1,75875 | 0,738743449 | 0,756424499 | 0,727755884 | 0,190182905 | 0,144802196 |
| 1,8075 | 0,774221548 | 0,79213158 | 0,737027301 | 0,180286935 | 0,145346391 |
| 1,85625 | 0,810151629 | 0,828278781 | 0,745816289 | 0,170735096 | 0,145200443 |
| 1,905 | 0,846510173 | 0,864842993 | 0,754139625 | 0,161528682 | 0,144434068 |
| 1,95375 | 0,88327448 | 0,901801925 | 0,762014148 | 0,152667346 | 0,143114512 |
| 2,0025 | 0,92042267 | 0,939134108 | 0,769456681 | 0,144149266 | 0,141306094 |
| 2,05125 | 0,957933683 | 0,976818891 | 0,776483958 | 0,135971307 | 0,139069858 |
| 2,1 | 0,995787276 | 1,014836435 | 0,783112559 | 0,128129171 | 0,136463321 |



**Протокол работы программы:**



Как видно, результаты вычислений одинаковы.

**1)** Вычислим значение интеграла и его погрешность **методом левых прямоугольников** используя выражения:

Тогда получим .

Так как , то число верных знаков равно 2. Следовательно,

Таким образом оставшиеся цифры в записи числа верные.

Ответ: .

Вычислим значение интеграла и его погрешность **методом правых прямоугольников**:

Тогда получим .

Так как , то число верных знаков равно 2. Следовательно,

Таким образом оставшиеся цифры в записи числа верные.

Ответ: .

2) **Методом средних прямоугольников** вычислим значение интеграла и его погрешность:

Тогда имеем . Так как   
, то число верных знаков n = 4. Следовательно,

Ответ: .

3) Используя **формулу трапеции** и соответствующую ей оценку погрешности:

получим .

Так как

Ответ: .

**4)** Используя **формулу Симпсона** и соответствующую ей оценку погрешности:

получим .

Так как

Ответ:.